Devoir Maison

Rédiger les réponses sur une feuille séparée. 10% des points seront attribués à la rédaction et à la présentation.

EXERCICE 1 - Calculs numériques (fractions, puissances)

$$A = \frac{11}{3} - \frac{8}{3} \div \left(\frac{-16}{5}\right) \qquad B = \frac{1 - \frac{3}{2} + \frac{9}{7}}{\frac{5}{4} - \frac{1}{3}} \qquad C = \frac{2 \times 10^{3} \times 5 \times \left(10^{-5}\right)^{2}}{2 + 18} \qquad D = \frac{7 \times 10^{-3}}{63 \times 10^{-5}}$$

En précisant les différentes étapes des calculs, écrire chacune des expressions A, B et D sous forme de fractions irréductibles puis donner l'écriture scientifique de C.

EXERCICE 2 - Pythagore, Thalès et trigonométrie, agrandissement

a. Construire un triangle ABC tel que AC = 4,5 cm ; AB = 7,5 cm et BC = 6 cm. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

b. La perpendiculaire à la droite (AB) passant par B coupe la droite (AC) en D. En exprimant de deux façons tan $\widehat{BAC}$, montrer que BD = 10 cm.

c. En déduire que AD = 12,5 cm.

d. Placer le point N du segment [AB] tel que AN = 2,7 cm. Prouver que (BD) // (NC).

e. En déduire la longueur NC en centimètres.

f. La parallèle à la droite (AB) passant par C coupe la droite (BD) en M. Prouver que MD = 6,4 cm.

g. Quelle est la nature du quadrilatère NBMC ? En déduire la longueur MN en centimètres.

h. On réalise une maquette correspondant à la figure de cet exercice où l'aire du quadrilatère NBMC vaut alors 17,28 dm². Calculer l'échelle de l'agrandissement correspondant à cette réalisation.

i. En déduire la longueur m du segment de la maquette correspondant au segment [MN] de la figure.

EXERCICE 3 - Fonction, racines carrées, identités remarquables, équations

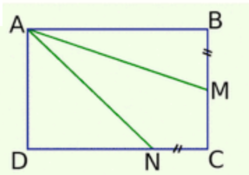
a. Soit la fonction h définie par $h(x) = 4x^2 - 20x - 1$. Reproduire puis compléter le tableau de valeurs en calculant les images des nombres donnés. (Noter les résultats sous forme exacte simplifiée.)

x	-1	$\frac{3}{2}$	$2\sqrt{3}$	$1-\sqrt{5}$
$h(x)$				

b. Déterminer le (ou les) nombre(s) ayant pour image -1 par h (soit le (ou les) antécédent(s) de -1).

c. Résoudre l'équation $h(x) = -26$.

EXERCICE 4 - Fonction, géométrie, équations



ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm. On pose BM = CN = x.

a. On suppose dans cette question que $x = 2$. Calculer AM.

b. Toujours pour $x = 2$, montrer que AMCN a une aire de 10 cm².

c. Pour les questions **c.** et **d.**, x est à nouveau une longueur variable comprise entre 0 et 4 cm.

- Exprimer l'aire du triangle ABM en fonction de x.
- Calculer DN en fonction de x puis l'aire du triangle ADN en fonction de x.

d. On considère les deux fonctions $f_1 : x \longmapsto f_1(x) = 3x$ et $f_2 : x \longmapsto f_2(x) = 12 - 2x$.
Résoudre $f_1(x) = f_2(x)$. Si x est une solution de cette équation, comment cela se traduit-il sur la figure ?

Exercice 5 - Fonction linéaire, fonction affine :

1. Dans chaque cas, la fonction est linéaire. Déterminer son expression algébrique, sachant que :

a. f_1 est représentée par une droite de coefficient directeur 8,021.

b. $f_2(3)=21$

c. $f_3(13)=35$

2. f_4 est une fonction affine telle que $f_4(2)=11$ et $f_4(-3)=-26,5$. Déterminer son expression algébrique.

3. La droite qui passe par les points M et N de coordonnées respectives (4,5 ; 10,8) et (7;16,1) est-elle la droite représentative d'une fonction linéaire ?

Exercice 6 - Sections de solides - Exercice non guidé :

Cette théière est une partie d'une sphère de rayon 6,5 cm. Le couvercle a un rayon de 3,3 cm et le disque sur lequel elle repose a pour rayon 1,6 cm. Déterminer la hauteur de cette théière.

Exercice 7 - Construction et Racine carrée

On cherche à construire des segments de longueurs $\sqrt{n}$ où n est un nombre entier positif, dans un plan après avoir choisi une unité.

1. Construire un triangle rectangle dont la longueur de l'hypoténuse est $\sqrt{2}$.

2. À l'aide du segment précédent, construire un triangle rectangle dont la longueur de l'hypoténuse est $\sqrt{3}$.

3. Poursuivre la construction jusqu'à obtenir un segment de longueur $\sqrt{11}$. Combien de triangles rectangles ont été tracés ?

4. On peut « accélérer » la construction.

a. Écrire 11 sous la forme d'une somme de trois carrés.

b. Combien de triangles rectangles suffit-il alors de construire pour tracer un segment de longueur $\sqrt{11}$? Justifier.

5. Le mathématicien Joseph Louis Lagrange (1736-1813) a démontré que tout entier positif peut s'exprimer comme la somme d'au plus quatre carrés.

a. Combien de triangles rectangles peuvent suffire pour construire un segment de longueur $\sqrt{n}$?

b. QUESTION OUVERTE Construire un segment de longueur $\sqrt{75}$, en limitant au maximum le nombre de triangles rectangles nécessaires.